

Représentation du mouvement du Soleil

P. ROCHER, © ACME INSTITUT DE MECANIQUE CELESTE ET DE CALCUL DES EPHEMERIDES – OBSERVATOIRE DE PARIS

Passage du Soleil au périhélie en 2020

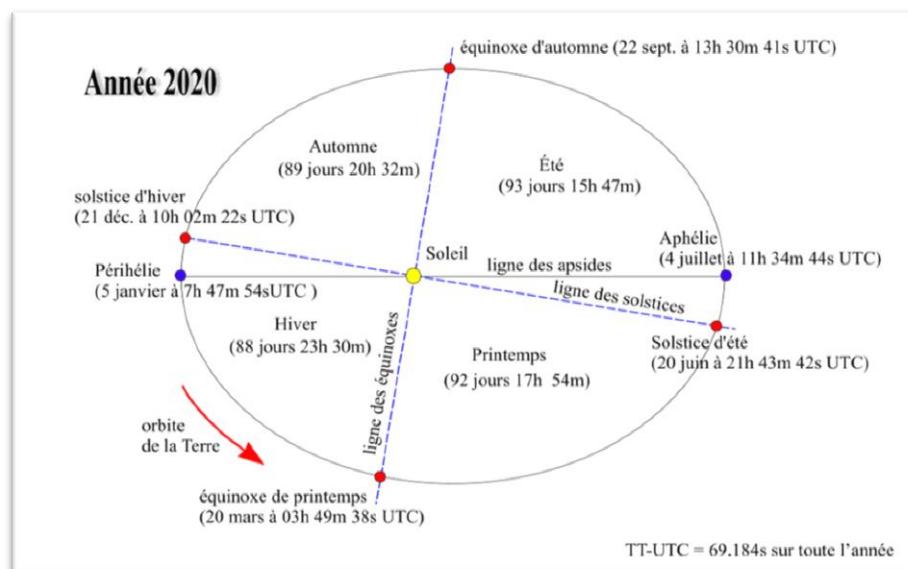


Figure 1: Durée des saisons en 2020.

En 2020 la Terre passera au périhélie le dimanche 5 janvier à 7h 47m 54s UTC (8h 47m 54s en temps légal français). La distance du centre de la Terre au centre du Soleil sera alors de 147 091 143,611 km et le diamètre apparent géocentrique du Soleil sera de 32' 31,97".

Suite à la seconde loi de Kepler (loi des aires) lorsque la Terre passe au périhélie sa vitesse angulaire est maximale. La vitesse angulaire étant plus rapide au voisinage du périhélie, l'hiver est actuellement la saison la plus courte dans l'hémisphère nord.

Voici les dates et les durées des saisons de l'hémisphère nord pour l'année 2020 (la différence TT-UTC est prise égale à 69,184s)

- le 20/03/2020 à 03h 49m 38s UTC : équinoxe de printemps, durée de l'hiver : 88 jours 23h 30m 11,06s.
- le 20/06/2020 à 21h 43m 42s UTC : solstice d'été, durée du printemps : 92 jours 17h 54m 3,86s.
- le 22/09/2020 à 13h 30m 41s UTC : équinoxe d'automne, durée de l'été : 93 jours 15h 46m 58,30s.
- le 21/12/2020 à 10h 02m 22s UTC : solstice d'hiver, durée de l'automne : 89 jours 20h 31m 41,13s.

Sous l'effet des perturbations planétaires, le périhélie avance dans le sens direct d'environ 11,61235" par année julienne. L'axe des apsides fait donc un tour en environ 111 915 années juliennes. Comme la droite des équinoxes tourne d'environ 50,38792" par an dans le sens rétrograde, les deux axes sont confondus toutes les 20 903 années juliennes, cette période porte le nom de précession climatique. En effet, tous les 10 451,5 ans (demi-période de la précession climatique) l'aphélie passe du solstice l'été au solstice d'hiver. Or même si la distance Terre-Soleil n'est pas le facteur prédominant dans la nature des saisons, la combinaison du passage de la Terre à l'aphélie en hiver donne des hivers plus rudes.

Actuellement la direction du périhélie se rapproche de l'équinoxe de printemps qu'elle atteindra le 24 juin 6430. À partir de cette année, l'hiver ne sera plus la saison la plus courte dans l'hémisphère nord, mais ce sera progressivement le printemps.

Durées des saisons sur 6000 ans.

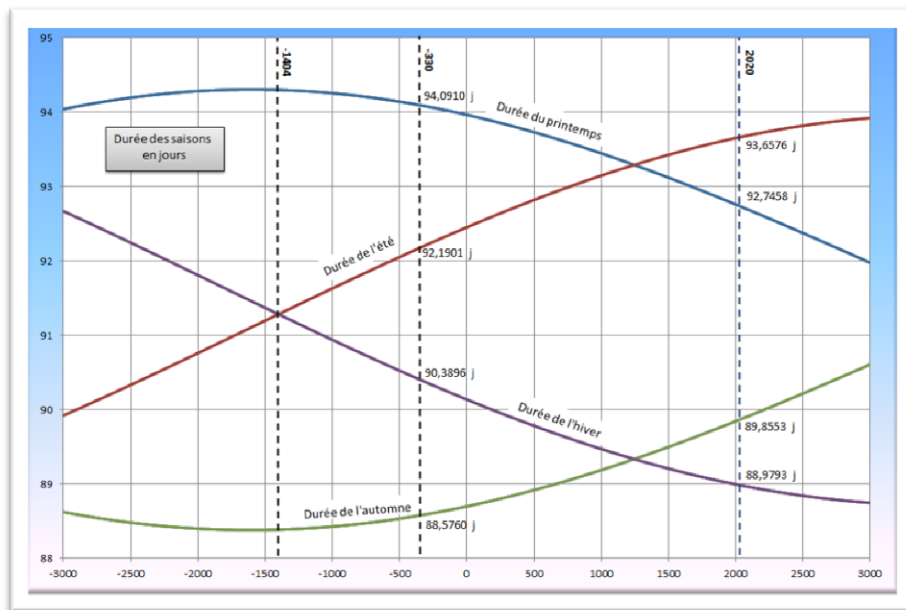


Figure 2: Durées des saisons sur 6000 ans.

Le graphique ci-dessus donne l'évolution de la durée des saisons sur une période de 6000 ans, allant de l'an -3000 à l'an 3000. On remarque, qu'en -330 (331 av. J.-C.), à l'époque de Callippe de Cyzique (vers 370 av. J.-C. - vers 310 av. J.-C.) l'hiver n'était pas la saison la plus courte, c'était l'automne. Sur cette période de 6000 ans les durées de l'été et de l'hiver ont été égales en -1404, l'automne a eu une durée minimale de 88,37 jours en -1641 et que le printemps à une durée maximale de 94,31 jours en -1604.

L'influence de la durée des saisons sur la représentation du mouvement du Soleil

Dans l'antiquité, on pensait que le Soleil tournait autour de la Terre et que la Terre était immobile au centre de l'univers, on a donc essayé de représenter le mouvement apparent du Soleil vu depuis la Terre.

Dans un premier temps, on a pensé que le Soleil était animé d'un mouvement circulaire uniforme autour de la Terre, or les lignes des équinoxes et des solstices étant orthogonales cela impliquait que les durées des quatre saisons devaient être identiques.

En Grèce, à la fin du V^e siècle av. J.-C., on attribue à Méton et Euctémon la découverte des inégalités des durées des saisons. Inégalités confirmées par les mesures de Callippe au IV^e siècle av. J.-C. puis d'Hipparque au II^e siècle av. J.-C..

	Euctémon	Valeur calculée (-430)	Callippe	Valeur calculée (-330)	Hipparque	Valeur calculée (-150)
Printemps	93 j	94,12 j	94 j	94,09 j	94 + 1/2 j	94,02 j
Été	90 j	92,11 j	92 j	92,19 j	92 + 1/2 j	92,33 j
Automne	90 j	88,55 j	89 j	88,58 j	88 + 1/8 j	88,64 j
Hiver	92 j	90,47 j	90 j	90,39 j	90 + 1/8 j	90,24 j

Les valeurs attribuées à Euctémon et Callippe proviennent du *Papyrus d'Eudoxe*, celles attribuées à d'Hipparque proviennent de l'*Almageste* de Ptolémée (livre III, ch. IV), elles figurent également dans *l'Introduction aux phénomènes* de Géminos (Ch. I).

Pour tenir compte du mouvement angulaire non uniforme du Soleil, Apollonius (seconde moitié du III^e siècle av. J.-C.) imagine pour le Soleil une l'orbite circulaire de centre O excentré par rapport au centre T de la Terre. Le

Soleil parcourant cette orbite avec une vitesse angulaire constante. Les extrémités du diamètre passant par O définissent les deux distances extrêmes du Soleil à la Terre (le périégée et l'apogée). La connaissance de la durée des différentes saisons permet de calculer la valeur de OT « l'excentricité » de l'orbite et la direction de l'axe TA par rapport à l'équinoxe de printemps (longitude 0° du Soleil – début du signe du Bélier).

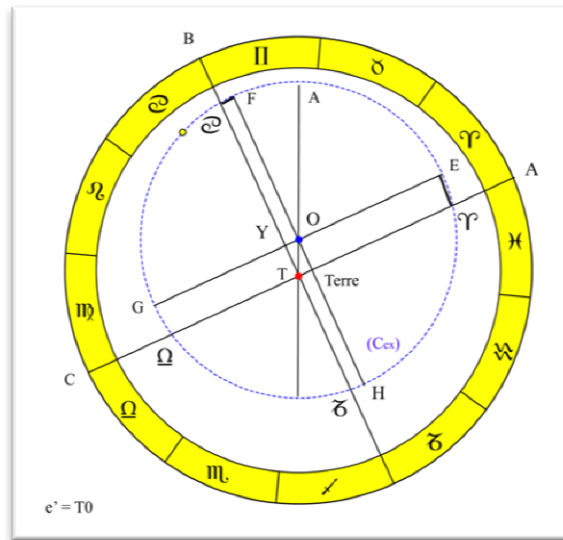


Figure 3 : Orbite excentrée du Soleil.

Sur la figure ci-dessus le Soleil parcourt le cercle C_{ex} de centre O. Le disque jaune, centré sur la Terre représente les douze signes du zodiaque. Le jour de l'équinoxe de printemps, le Soleil se trouve par définition dans la direction du début du signe du Bélier ($\Upsilon, 0^\circ$), de même le jour du solstice d'été il se trouve dans la direction du début du signe du Cancer ($\text{♋}, 90^\circ$), le jour de l'équinoxe d'automne il se trouve dans la direction du début du signe de la Balance ($\Omega, 180^\circ$) et le jour du solstice d'hiver il se trouve dans la direction de signe du Capricorne ($\text{♌}, 270^\circ$). La direction TA est la direction du passage du Soleil à l'apogée (Terre à l'aphélie).

Nous allons reprendre les calculs d'Hipparque de l'excentricité ($e' = TO$) et de la longitude de l'apogée (angle ΥTA) tel qu'ils sont présentés par Ptolémée dans l'Almageste. On a placé la direction de l'apogée au cours du printemps, car c'est la saison la plus longue à l'époque d'Hipparque.

Soit a la durée d'une année solaire en jour et fraction de jour. Le mouvement angulaire uniforme du Soleil en un jour autour de O est $m=360^\circ/a$. Si l'excentricité était nulle le nombre de jours entre chaque début de saison serait de $a/4$ jours correspondant à un angle de 90° . Notons p l'écart entre $a/4$ et la durée écoulée P entre l'équinoxe de printemps et le solstice d'été, notons de même q l'écart entre $a/4$ et la durée écoulée Q entre le solstice d'été et l'équinoxe d'automne.

On a les relations suivantes :

$$P = a/4 + p \quad \text{et} \quad \text{arc } \Upsilon \text{♋} = 90^\circ + m p$$

$$Q = a/4 + q \quad \text{et} \quad \text{arc } \text{♋} \Omega = 90^\circ + m q$$

$$\text{or } \Upsilon \Omega = 180^\circ + 2 \Upsilon E$$

$$\Upsilon E = G \Omega = m/2 * (p + q)$$

$$\text{or } \Upsilon E \text{♋} = 90^\circ + m p, \text{ si on retranche } \Upsilon E$$

$$\text{on trouve } E F \text{♋} = 90^\circ + m/2 (p - q) = 90^\circ + F \text{♋}$$

$$\text{d'où } F \text{♋} = \text{♌} H = m/2 (p - q)$$

$$\text{si l'on pose } e' = TO/OA \text{ et } \lambda = \text{angle } AT \Upsilon$$

On a $OY = e' \cos \lambda$ et $TY = e' \sin \lambda$, en prenant $AO=1$ on a aussi $OY = \sin F \text{♋} = \sin m/2 (p - q)$ et $YT = \sin \Upsilon E = \sin m/2 (p + q)$ donc $e' \cos \lambda = \sin m/2 (p - q)$ et $e' \sin \lambda = \sin m/2 (p + q)$ ce qui permet de calculer e' et λ .

Résultat du calcul fait avec les valeurs d'Hipparque :

La valeur de l'année tropique donnée par Hipparque est $a = 365j + 1/4 - 1/300 = 365j \ 5h \ 55m \ 12s = 365,246 \ 666j$, ce qui donne $a/4 = 91,311 \ 666j$ et $m = 0,985 \ 635^\circ/j$

On remarque que l'on n'a pas besoin de connaître toutes les valeurs des durées des saisons pour faire le calcul, Ptolémée a utilisé la durée du printemps et de l'été.

De l'équinoxe de printemps au solstice d'été la durée du printemps est :

$$\Upsilon E + 90^\circ + F\ominus = m/2 \times (p + q) + 90^\circ + m/2 \times (p - q) = 90^\circ + m \times p, \text{ durée : } 94 + 1/2 \text{ jours} = a/4 + p,$$

du solstice d'été à l'équinoxe d'automne la durée de l'été est :

$$90^\circ + G\Omega - F\ominus = 90^\circ + m/2 \times (p + q) - m/2 \times (p - q) = 90^\circ + m \times q, \text{ durée : } 92 + 1/2 \text{ jours} = a/4 + q,$$

On a donc en ajoutant les deux équations $p + q = 187j - a/2 = 4,2516666$ et en les soustrayant on a $p - q = 2$.

$e' \cos \lambda = \sin m/2 (p - q)$ et $e' \sin \lambda = \sin m/2 (p + q)$ ce qui donne $e' \cos \lambda = 0,01720$ et $e' \sin \lambda = 0,036562$, ce permet de trouver $e' \sim 0,0404$ et $\lambda = 64,80^\circ$. À l'époque, on utilisait un rayon du cercle excentrique égal à 60 parties, cela permet d'utiliser un système sexagésimal, alors la valeur de l'excentricité s'exprimait en partie : $0,0404 = 2,424 \text{ parties} = 2 + 25/60 \text{ parties}$.

Ptolémée a trouvé $e' \sim 1/24 \sim 0,0415 \sim 2,5 \text{ parties} = 2 + 30/60 \text{ parties}$ et $\lambda = 65,50^\circ$, mais il a fait tous ses calculs sans utiliser nos fonctions trigonométriques, il a utilisé les tables de cordes de l'*Almageste* (la corde d'angle α peut se définir comme deux fois le sinus de l'angle moitié : $\text{crd } \alpha = 2 \sin(\alpha/2)$).

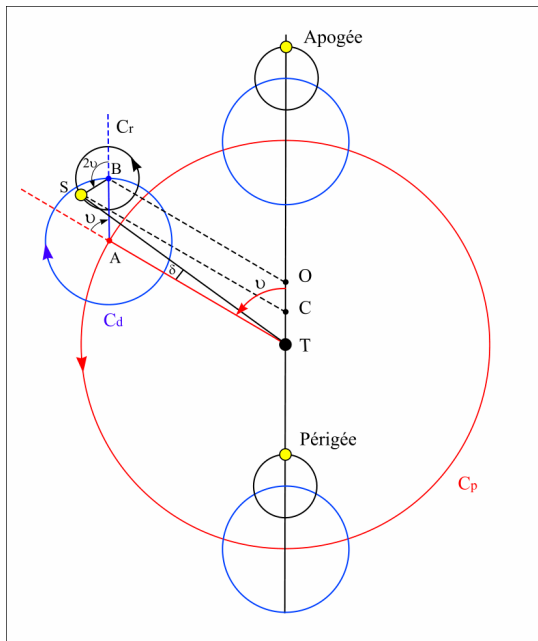
Améliorations de la théorie du Soleil par les astronomes arabes.

Une première amélioration faite au IX^e siècle par Thābib b. Qurra (~824 - ~901) est publiée dans *Le Livre sur l'année solaire*. Avec des observations faites à Bagdad entre 830 et 832 (700 ans après l'Almageste et 950 ans après Hipparque), il trouve que l'apogée de l'orbite du Soleil se place à $20^\circ \ 45'$ dans les Gémeaux. Donc l'excentrique n'est pas fixe par rapport à l'écliptique. L'année tropique n'est donc pas égale à l'année anomalistique. Son déplacement est de $15^\circ \ 15'$ depuis Hipparque, le mouvement de précession est de $13^\circ \ 10'$ (obtenu avec la mesure de la longitude de l'étoile Regulus), Thābib pense alors que le mouvement de l'apogée est lié à celui de la précession. Il refait les calculs de Ptolémée en les modernisant (usage des sinus et utilisation d'observations autres que les équinoxes et les solstices) et il trouve les résultats suivants :

- Apogée du Soleil : $20^\circ \ 45'$ des Gémeaux.
- Constante de la précession : $49' \ 39''$ par an.
- Année sidérale : $365j \ 6h \ 9m \ 25,82s$.
- Année tropique : $365j \ 5h \ 49m \ 16,8s$.
- Excentricité : $0,037$.

À la même époque Al Battāni (milieu du IX^e siècle - 929) observe à Raqqa sur l'Euphrate (nord de la Syrie). Il mesure l'obliquité de l'écliptique ($23^\circ \ 35'$), l'apogée de l'orbite solaire ($22^\circ \ 50' \ 22''$ des Gémeaux) et confirme son mouvement par rapport à l'écliptique. Il estime que le diamètre apparent de la Lune varie entre $29' \ 30''$ et $35' \ 20''$ (valeurs réelles $29' \ 22''$ et $33' \ 30''$) et surtout que le diamètre du Soleil varie entre $31' \ 20''$ et $33' \ 40''$ (valeurs réelles $31' \ 32''$ et $32' \ 36''$) et en déduit la possibilité d'éclipse annulaire du Soleil. Ptolémée supposait que le diamètre apparent du Soleil était constant ($31' \ 20''$).

Au XIV^e siècle, Ibn al-Shātir, qui observe au nouveau pôle de développement de l'astronomie orientale à Maragha (Nord-Ouest de l'Iran), mesure le diamètre apparent du Soleil à l'apogée : $29' \ 5''$, au périhélie : $36' \ 55''$ et à une distance moyenne : $32' \ 32''$. Il propose un nouveau modèle du mouvement du Soleil pour tenir compte des valeurs qu'il a observées. L'intérêt de ce modèle, qui combine trois cercles : un épicycle centré sur la Terre, un déférent et un troisième cercle permet d'avoir un système centré sur la Terre avec un Soleil qui se déplace d'un mouvement uniforme par rapport un point fixe excentré. On a donc un modèle géocentrique avec une sphère principale, qui porte l'épicycle, centrée sur la Terre, ce qui n'est pas le cas avec le modèle des excentriques. On savait déjà depuis longtemps (Apollonius) que le modèle excentrique était équivalent à la combinaison d'un épicycle et d'un déférent, ici Ibn al-Shātir introduit un troisième cercle qui lui permet de retrouver les valeurs du diamètre apparent du Soleil qu'il a observées.



T : observateur sur la Terre fixe.

Cp : cercle parécliptique de rayon 60 parties, tourne dans le sens direct d'un mouvement uniforme égal au mouvement moyen du Soleil (v).

Cd : cercle déférent tourne dans le sens rétrograde d'un mouvement uniforme égal au mouvement moyen du Soleil ($-v$) tel que AB reste parallèle à la ligne des apsides (OCT) - équivalent à un excentrique TO, le rayon $AB = 4 + 37/60$ parties.

Cr : cercle rotateur de centre B tourne dans le sens direct avec une vitesse uniforme double du mouvement moyen du Soleil ($2v$), le rayon $BS = 2 + 30/60$ parties.

S : Soleil, avec cette combinaison de mouvement, il tourne d'un mouvement uniforme autour de C.

Le tout est entouré par la sphère des étoiles (sphère des fixes).

Pour le calcul de la longitude du Soleil, ce système est équivalent à celui d'un excentrique (TC) de $4 + 37/60 - (2 + 30/60) = 2 + 7/60 = 2,117$ parties (valeur un peu plus faible que celle de Ptolémée). Il remplace le système de l'équant imaginé par Ptolémée, système très critiqué par les astronomes arabes, car il suppose un mouvement circulaire uniforme sur un cercle par rapport à un point (l'équant) qui n'est pas le centre du cercle. Comme le rayon de l'épicycle est de 60 parties, l'excentricité en radian vaut $0,0353 = 1/28,342$. Le rapport des diamètres apparents mesurés par Ibn al-Shātir est de $36'55''/29'5'' = 1,26934$, le rapport des diamètres apparents obtenus à l'aide du système d'Ibn al-Shātir est égal au rapport des distances apogée et périégée, ce qui donne $(67+7/60)/(52+53/60) = 1,269145$, valeur très proche des observations.

Ibn al-Shātir utilise également ce système pour les planètes. Un système identique, centré sur le Soleil, sera utilisé plus tard par Copernic pour représenter les orbites des planètes.

Au XVI^e siècle, Nicolas Copernic (1473 – 1543) remplace le système géocentrique par un système héliocentrique. Cela permet d'expliquer plus simplement et plus rigoureusement les orbites des planètes (les rétrogradations des planètes et les périodes de rétrogradation), mais cela ne change rien pour le système Terre-Soleil, il suffit d'invertir la position des deux corps.

Au XVII^e siècle Johannes Kepler (1571 – 1630) trouve que les planètes décrivent des orbites planes elliptiques dont le Soleil occupe un des foyers. L'excentricité de l'orbite elliptique est alors la moitié de l'excentricité de l'excentrique de Ptolémée. Cette excentricité étant très faible ($1/59,77$) l'ellipse terrestre est très proche d'un cercle et la différence angulaire entre les longitudes des deux systèmes est de l'ordre de $\frac{3}{4} e^2 \sin(2M)$, où e est l'excentricité de l'ellipse et M est l'anomalie moyenne. La valeur maximale de cet écart est donc de $\frac{3}{4} e^2$ soit $2,02 \cdot 10^{-4} \text{ rd} = 43,3''$. Or la précision des mesures angulaires de la position du centre du Soleil de l'époque ne permet pas de lever l'incertitude entre le choix du mouvement elliptique ou excentrique du Soleil. Il en est de même pour les valeurs extrêmes du diamètre solaire, en effet on peut calculer que la différence des diamètres apparents du Soleil entre le périhélie et l'aphélie est de l'ordre de $1'$ si le Soleil est en accord avec Kepler et de $2'$ si le Soleil est en accord avec Ptolémée. Ces incertitudes de mesure des diamètres solaires sont à l'origine de la controverse entre les adeptes de la théorie solaire de Ptolémée et les partisans de la « bissection de l'excentricité » de Kepler. Le modèle képlérien sera finalement vérifié grâce aux observations précises des diamètres du Soleil faites par Domenico Cassini à la Méridienne de San Petronio de Bologne.

Références

- G. Aujac : *Introduction aux phénomènes de Géminos*, Texte et traduction, Les belles lettres, 2020, Paris.
- R. D'Hollander, *Sciences géographiques dans l'antiquité*, IGN, 2002.
- J.L. Heilbron : *Astronomie et églises*, Belin - Pour la Science, 2003.
- R. Rashed, R. Morelon : *Histoire des sciences arabes*, Tome I, Seuil, 1997.
- G. J. Toome : *Ptolemy's Almagest*, Princeton University Press, 1998.

